



Programação Linear  
Revisão Cálculo e Alg Lin.  
T. Fraciano-Pereira

Lista numero 01  
tarcisio@member.ams.org  
Dep. de Computação

**alun@:**

---

Univ. Estadual Vale do Acaraú	9 de agosto de 2009
página da disciplina	www.otimizacao.sobralmatematica.org
Documento produzido com L <sup>A</sup> T <sub>E</sub> X	sis. op. Debian/Gnu/Linux

---

## 0.1 Informações

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução, preenchendo com os seus dados, ela será usada na correção.

Se você quiser entregar o trabalho eletronicamente, envie o arquivo para o meu e-mail ou entregue em CD na secretária do Curso de Computação.

Por favor, siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina.

Data da entrega da lista: dia 17 de Agosto, segunda-feira.

Se o trabalho for feito em equipe, basta um único trabalho ser entregue e neste caso, no cabeçalho, devem estar os nomes completos de tod@s @s alun@s junto com os seus respectivos e-mails. O número de membros de uma equipe não deve ultrapassar três.

### 0.1.1 Objetivo

No Conteúdo de Cálculo II e de Álgebra Linear.

**Objetivo desta lista:** sondagem de pre-requisitos. Tópicos de Cálculo e de Álgebra Linear. A justificativa, em cada questão, são os cálculos que você tiver feito para chegar à sua conclusão. Podem ser manuais, você tem que apresentar todas as contas, ou você pode indicar como usou um programa para fazer as contas apresentando todos os passos utilizados com o programa de modo que eu possa repetir o processo. Eu somente posso usar programas de domínio público.

Os programas *Scilab* e *Octave* fazem todas as operações com matrizes e podem ser obtidos livremente na Internet, use um motor de busca com os nomes dos programas que você os encontra.

**Palavras chave** diferencial, jacobiana, derivada parcial, transformação linear, *Scilab*, *Octave*.

### 0.1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

## 0.2 Exercícios

### 0.3 Álgebra Linear

1. Considere a aplicação linear

$$T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2 ; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (1)$$

(a)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(c)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

(d)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(e)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. O determinante de  $T$ , o operador linear definido na questão anterior é

(a)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] -1$

(b)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] 0$

(c)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] 2$

(d)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] -2$

(e)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] 3$

(f)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ] -2$

## 0.4 Cálculo

1. Considere a equação

$$(z_1, z_2) = f(x, y) = (x^2 - y^2, 2xy) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) \quad (2)$$

(a)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ]$  O sistema de equações (2) define uma função do *tipo*

$$\mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$$

(b)  $\underline{(V)}[\ ](\underline{F})[\ ]$  O sistema de equações (2) define uma função do *tipo*

$$\mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R}$$

(c) (V)[ ](F)[ ] No sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_1(x, y) = 2xy \text{ e } f_2(x, y) = x^2 - y^2 \quad (3)$$

analisando a igualdade entre pares ordenados.

(d) (V)[ ](F)[ ] No sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_2(x, y) = 2xy \text{ e } f_1(x, y) = x^2 - y^2 \quad (4)$$

analisando a igualdade entre pares ordenados.

(e) (V)[ ](F)[ ] Usando o sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_1(0, 1) = -1 \text{ e } f_2(1, 0) = 1 \quad (5)$$

(f) (V)[ ](F)[ ] Usando o sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_1(0, 1) = -1 \text{ e } f_2(1, 0) = 0 \quad (6)$$

2. A jacobiana de uma função (de duas ou mais variáveis) é a matriz de suas derivadas parciais. Considere

$$(z_1, z_2) = f(x, y) = (x^3y - xy^2, 2xy \sin(xy)) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) \quad (7)$$

(a) (V)[ ](F)[ ]

$$J(f) = \begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \\ 2y \sin(xy) + 2xy \cos(xy) & 2x \sin(xy) + 2x^2y \cos(xy) \end{pmatrix} \quad (8)$$

(b) (V)[ ](F)[ ]

$$J(f) = \begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \\ 2y \sin(xy) + 2xy^2 \cos(xy) & 2x \sin(xy) + 2x^2y \cos(xy) \end{pmatrix} \quad (9)$$

(c) (V)[ ](F)[ ] O diferencial é obtido de uma expressão usando-se uma técnica de diferenciação chamada *derivada implícita*. Podemos dizer, relativamente à equação (7) que

$$\begin{aligned} (dz_1, dz_2) &= J(f)(x, y) \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \\ 2y \sin(xy) + 2xy^2 \cos(xy) & 2x \sin(xy) + 2x^2y \cos(xy) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

(d) (V)[ ](F)[ ] O diferencial é obtido de uma expressão usando-se uma técnica de diferenciação chamada *derivada implícita*. Podemos dizer, relativamente à equação (7) que

$$dz_1 = \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$dz_2 = \quad (14)$$

$$= \begin{pmatrix} 2y \sin(xy) + 2xy^2 \cos(xy) & 2x \sin(xy) + 2x^2y \cos(xy) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (15)$$

(e) (V)[ ](F)[ ] Considerando a definição da função na equação (7) podemos dizer que na expressão (13) aparece o gradiente de  $f_1$  multiplicando um *vetor-diferencial*. E se você efetuar a conta indicada na equação (13) vai obter o chamado “*diferencial total*” relativamente a  $f_1$ .

(f) (V)[ ](F)[ ] Considerando a definição da função na equação (7) podemos dizer que na expressão (15) aparece o gradiente de  $f_2$  multiplicando um *vetor-diferencial*. E se você efetuar a conta indicada na equação (15) vai obter o chamado “*diferencial total*” relativamente a  $f_2$ .