Programação Linear	**Lista numero 02**
Plano tangente, gradiente	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	17 de agosto de 2009
página da disciplina	www.otimizacao.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

0.1 Informações

Por favor, se você usar o método medieval para entrega desta lista, em papel, prenda esta *folha de rosto* na solução, preenchendo com os seus dados, ela será usada na correção. Se você quiser entregar o trabalho eletrônicamente, envie o arquivo para o meu e-mail ou entregue em CD na secretária do Curso de Computação.

Siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina.

Data da entrega da lista: dia 24 de Agosto, segunda-feira.

Se o trabalho for feito em equipe, basta um único trabalho ser entregue e neste caso, no cabeçalho, devem estar os nomes completos de tod@s @s alun@s junto com os seus respectivos e-mails. O número de membros de uma equipe não deve ultrapassar três.

0.1.1 Objetivo

Entender plano tangente, fazer gráficos de planos tangentes, uso do gradiente. Máximos e mínimos.

Palavras chave gradiente, plano tangente, extremos, curva de nível, caminhos.

0.1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito e acrescente as questões de avaliação do trabalho docente.

0.2 Exercícios

1. Comparando o caso unidimensional com o bi-dimensional - gráficos de retas e planos.

   (a) (V)[ ](F)[ ] Dados dois vetores $(a,b),(p,q)$ no plano, então o produto escalar deles
   $$(a,b)\cdot(p,q) = ap + bq = 0$$
   indica que eles são paralelos. Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Dados dois vetores $(a,b),(p,q)$ no plano, então o produto escalar deles
   $$(a,b)\cdot(p,q) = ap + bq = 0$$
   indica que eles são perpendiculares. Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta
   $$Ax + By = 0$$
   pode ser interpretada como um produto escalar de um vetor fixo (dado) (A,B) com um vetor arbitrário (x,y) e significa que (x,y) é paralelo a (A,B). Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta
   $$Ax + By = 0$$
   pode ser interpretada como um produto escalar de um vetor fixo (dado) (A,B) com um vetor arbitrário (x,y) e significa que (x,y) é perpendicular (A,B). Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

   (e) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano
   $$Ax + By + Cz = 0$$
   pode ser interpretada como um produto escalar de um vetor fixo (dado) (A,B,C) com um vetor arbitrário (x,y,z) e significa que (x,y,z) é paralelo a (A,B,C). Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

   (f) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano
   $$Ax + By + Cz = 0$$
   pode ser interpretada como um produto escalar de um vetor fixo (dado) (A,B,C) com um vetor arbitrário (x,y,z) e significa que (x,y,z) é perpendicular a (A,B,C). Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

2. Comparando unidimensional com bidimensional.

   (a) (V)[ ](F)[ ] Com $f(x) = x + x\sin(2x)$ e $f'(x)$ definidas em `gnuplot` os comandos

   ```
   f(x) =  x  + x*sin(2*x)
   df(x) = 1 + sin(x) + 2*x*sin(2*x)
   a = -3;
   g(x) =  f(a) + df(a)*(x-a)
   plot f(x), g(x), 0
   pause -2
   ```

   podemos ver o gráfico da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$. Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

(b) (V)[ ](F)[ ] Com $f(x) = x + x\sin(2x)$ e $f'(x)$ definidas em `gnuplot` os comandos

```
f(x) =  x  + x*sin(2*x)
df(x) = 1 + sin(x) + 2*x*cos(2*x)
a = -3;
g(x) =  f(a) + df(a)*(x-a)
plot f(x), g(x), 0
pause -2
```

podemos ver o gráfico da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

(c) (V)[ ](F)[ ] Com

$$f(x, y) = x^2 + 3xy + 2y^2$$

e suas derivadas parciais definidas em `gnuplot` a sucessão de comandos

```
f(x,y) =  x**2 + 3*x*y + 2y**2
dfx(x,y) =  2*x + 3*y
dfy(x,y) = 3*x + 4*y
a = -3; b = 2; A = dfx(a,b); B = dfy(a,b); C = f(a,b);
g(x,y) =  C +  A*(x-a) + B*(y-b)
splot f(x,y) , g(x,y) , 0
pause -2
```

mostra o gráfico de um plano tangente ao gráfico de $z = f(x, y)$ no ponto $(a, b, c) = (a, b, f(a, b))$. Experimente com um gráfico em gnuplot e use o resultado do gnuplot como justificativa.

3. Gráficos de superfícies com `gnuplot`

(a) (V)[ ](F)[ ] Os seguintes comandos produzem o gráfico de uma superfície no terminal do gnuplot

```
f(x,y) = x**2 + 3*x*y + y**3;
set xrange [-3:3];
set yrange [-3:3];
set zrange [-30:30];
splot f(x,y)
pause -2
```

(b) (V)[ ](F)[ ] Os comandos

```
f(x,y) = x**2 + 3*x*y + y**3;
set xrange [-3:3];
set yrange [-3:3];
set zrange [-30:30];
a = -3;b=3; c=f(a,b);
set arrow from 0,0,0 rto a,b,c
splot f(x,y)
pause -2
```

produzem o gráfico de $z = f(x, y)$ no domínio $[-3, 3]$ x $[-3, 3]$ e colocam um vetor que parte da origem para um ponto do gráfico da superfície $z = f(x, y)$.

(c) (V)[ ](F)[ ] Os comandos

```
f(x,y) = x**2 + 3*x*y + y**3;
g(x,y) = x**2 +  y**2;
set xrange [-3:3];
set yrange [-3:3];
set zrange [-30:30];
splot f(x,y), g(x,y)
pause -2
```

produzem o gráfico simultâneo das duas superfícies

$$z = f(x, y) \text{ e } z = g(x, y)$$

4. (a) (V)[ ](F)[ ] Os comandos preparam um arquivo de comandos para gnuplot

```
while (x < a){
 while (y < b){
if fabsf( f(x,y)-g(x,y) < epsilon){
      x1 = x+epsilon;  y1 = y+epsilon; c1 = f(x1, y1);
      c = f(x,y);
dados << ''set arrow x, y , c rto x1, y1, c1'' << endl
}
x +=epsilon;
}
y +=epsilon;
}
dados << ''splot f(x,y), g(x,y), 0''
```

de modo a se obter o gráfico simultâneo das duas superfícies

$$z = f(x, y) \text{ e } z = g(x, y)$$

marcando com pequenos segmentos a interseção entre elas.

(b) (V)[ ](F)[ ] Suponha que tenha sido declarada uma variável do tipo arquivo (um objeto do tipo arquivo) `dados`

```
while (x < a){
 while (y < b){
```

```
if fabsf( f(x,y)-g(x,y) < epsilon){
      x1 = x+epsilon;  y1 = y+epsilon; c1 = f(x1, y1);
      c = f(x,y);
dados << ''set arrow ''<<  x<< '','',<< y << '','',<< c
<<'' rto ''<<  x1<< '','',<< y1 << '','',<< c1
<< endl
}
x +=epsilon;
}
y +=epsilon;
}
dados << ''splot f(x,y), g(x,y), 0''
```

de modo a se obter o gráfico simultâneo das duas superfícies

$$z = f(x, y) \text{ e } z = g(x, y)$$

marcando com pequenos segmentos a interseção entre elas.

(c) (V)[ ](F)[ ] Suponha que tenha sido declarada uma variável do tipo arquivo (um objeto do tipo arquivo) `dados` e que tenham sido definidas as equações de $f(x, y), g(x, y)$ para `gnuplot` então

```
while (x < a){
 while (y < b){
if fabsf( f(x,y)-g(x,y) < epsilon){
      x1 = x+epsilon;  y1 = y+epsilon; c1 = f(x1, y1);
      c = f(x,y);
dados << ''set arrow ''<<  x<< '','',<< y << '','',<< c
<<'' rto ''<<  x1<< '','',<< y1 << '','',<< c1
<< endl
}
x +=epsilon;
}
y +=epsilon;
}
dados << ''splot f(x,y), g(x,y), 0''
```

completaria o arquivo de comandos do gnuplot de modo a se obter o gráfico simultâneo das duas superfícies

$$z = f(x, y) \text{ e } z = g(x, y)$$

marcando com pequenos segmentos a interseção entre elas.