Programação Linear	**Lista número 06**
Estremos de funções lineares	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**

alun@:

Univ. Estadual Vale do Acaraú	6 de outubro de 2009
página da disciplina	www.otimizacao.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

0.1 Informações

Por favor , siga as instruções sobre nomes de arquivos, leia as intruções na página da disciplina. Se o trabalho for feito em equipe, basta um único trabalho ser entregue e neste caso, no cabeçalho, devem estar os nomes completos de tod@s @s alun@s junto com os seus respectivos e-mails. O número de membros de uma equipe não deve ultrapassar três.

Data da entrega da lista: dia 21 de Outubro, quarta-feira.

0.1.1 Informações - resumo teórico

Palavras chave extremos de funções lineares, domínios convexos, poliedros, ponto crítico.

0.1.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito. Acrescente as questões sobre avaliação do trabalho do professor.

Notação: vou designar a matriz de um sistema de desigualdades usando a última coluna para representar a matriz de dados:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} & | & b_1 \\ & \vdots & & | & \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} & | & b_n \end{pmatrix} \tag{1}$$

para representar o sistema

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ & \vdots & \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \tag{2}$$

Não vou usar as barras, elas ficam subentendidas, a última coluna é a do vetor de dados.Tem sentido porque sempre uma desigualdade pode ser posta no formato "$\le$" por uma multiplicação por -1 então é possível simplificar a linguagem estabelecendo um padrão. Alguns exercícios objetivam o treino desta notação.

Definições:

- **Ponto extremo** são os pontos que se situam sobre a fronteira do domínio convexo de uma desiguladade.
- **Ponto crítico** é qualquer um dos vértices do *domínio poliedral* da desigualdade. Um ponto crítico é também um *ponto extremo*

Estes conceito já foram usados em aula.

0.2 Exercícios

1. Na desigualdade

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \ge \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{3}$$

   (a) (V)[ ](F)[ ] O sistema é incompatível.

   (b) (V)[ ](F)[ ] O sistema é equivalente, pela notação (1), a

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{4}$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] O sistema é equivalente, pela notação (1), a

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

2. A desigualdade

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 1 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 19 \end{pmatrix} \tag{6}$$

   Equivale, pela notação (1), a

   (a) (V)[ ](F)[ ]

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \ge \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

   (b) (V)[ ](F)[ ]

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \ge \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} \tag{8}$$

(c) (V)[ ](F)[ ]

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -11 \\ -3 \\ 19 \end{pmatrix} \tag{9}$$

3. Ponto crítico e domínio

Na desigualdade

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 1 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \tag{10}$$

(a) (V)[ ](F)[ ] O domínio é um retângulo.

(b) (V)[ ](F)[ ] O domínio é um triângulo.

(c) (V)[ ](F)[ ] Os pontos críticos são $\{(-7,5), (-3,3), (\frac{21}{5}, \frac{3}{5}\}$

(d) (V)[ ](F)[ ] Os pontos críticos são $\{(-7,5), (-3,3), (\frac{21}{5}, \frac{3}{5}\}$

(e) (V)[ ](F)[ ] Os pontos críticos são $\{(1,9), (\frac{51}{5}, \frac{22}{5}), (\frac{30}{7}, -\frac{17}{7}\}$

4. Na desigualdade

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

(a) (V)[ ](F)[ ] O conjunto dos pontos extremos são os dois semieixos negativos.

(b) (V)[ ](F)[ ] O conjunto dos pontos extremos são os dois semi-eixos positivos.

(c) (V)[ ](F)[ ] Há um único ponto crítico: $(-1, 1)$

(d) (V)[ ](F)[ ] Há um único ponto crítico: $(0, 0)$

5. Num problema de controle de estoque, suponha que x, y sejam quantidades controladas pela desigualdade (eq. (6)).

Se a escolha entre x, y produzir lucro na proporção $x + 2y$ então

(a) (V)[ ](F)[ ] o lucro é uma função $z = F(x, y) = x + 2y$ cujo domínio é o triângulo determinado pela desigualdade (eq. (6)).

(b) (V)[ ](F)[ ] a melhor solução para o estoque é dada pelo ponto crítico "$(x, y) =$" $(30/7, -17/7)$

(c) (V)[ ](F)[ ] a melhor solução para o estoque é dada pelo ponto crítico "$(x, y) =$" $(1, 9)$

(d) (V)[ ](F)[ ] a melhor solução para o estoque é dada pelo ponto crítico "$(x, y) =$" $(51/5, 22/5)$

(e) (V)[ ](F)[ ] a melhor solução para o estoque é dada pelo ponto crítico "$(x, y) =$" $(10, 4)$ ou "$(x, y) =$" $(10, 5)$ com um pequeno erro de adaptação para o inteiro mais próximo.