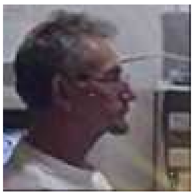

Programação Linear	**gabarito da lista 06**
Estremos de funções lineares	tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira	**Dep. de Computação**
Univ. Estadual Vale do Acaraú	21 de novembro de 2009
página da disciplina	www.otimizacao.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX	sis. op. Debian/Gnu/Linux

0.1 Exercícios

1. Na desigualdade ...

   (a) (V)[V]

   (b) (F)[F]

   (c) (F)[F]

2. A desigualdade ....

   (a) (F)[F]

   (b) (F)[F]

   (c) (V)[V]

3. Ponto crítico e domínio

   Na desigualdade ...

   (a) (F)[F] limitado por três planos concorrentes num ponto, se substituida a desigualdade por uma igualdade encontramos uma única solução para o sistema, um único ponto crítico:

$$(x, y, z) = (21735/33327, 581/483, -22/69) \tag{1}$$
$$0.652173913041.2028985507 - 0.3188405797101 \tag{2}$$

   Com `octave`:

```
A = [-2 , -1 , -11; 1, -3 , -3; 1, 2, 19]
b = [1;-2;-3]
P = A\b
  0.65217
  1.20290
 -0.31884
```

Esta desigualdade tem como solução a região limitada por uma "pirâmide" infinita limitada pelos três planos, cujo único vértice é o *ponto crítico*. O conjunto dos *pontos extremos* são as arestas obtidas pelas interseções dos planos dois a dois.

(b) (F)[F]

(c) (F)[F]

(d) (F)[F]

(e) (F)[F] Os pontos críticos são $\{(1,9),(\frac{51}{5},\frac{22}{5}),(\frac{30}{7},-\frac{17}{7}\}$

4. Na desigualdade ....

   (a) (F)[F]

   (b) (V)[V]

   (c) (F)[F] Há um único ponto crítico: $(-1,1)$

   (d) (V)[V] Há um único ponto crítico: $(0,0)$

5. Num problema de controle de estoque ...

Solução 1 *Devemos procurar o máximo da função $z = F(x,y) = x+2y$, que, como é uma função linear, o seu máximo ocorre sobre a fronteira do domínio, mais exatamente em um dos pontos críticos.*

Esta matriz não é quadrada quer dizer o seu determinante é zero consequentemente o sistema de equações definido por ela (1) não tem solução (2) se tiver, tem uma infinidade. Estas opções podem ser resolvidas analisando os as matrizes quadradas, menores, e há três possíveis. Vale o mesmo para sistemas de qualquer ordem e você vai ter aqui um exemplo simples que poderá aplicar em situações de maior dimensão. Apenas, aqui, $3 = C_3^2$, e no caso geral, com n equações, haveria $= \frac{n(n-1)}{2} = C_n^2$ menores a serem consideradas...

Resolvendo os sistemas de ordem 2, mas agora usando "igualdade" em lugar de "desigualdade" (em geral podemos deduzir facilmente o resultado da desigualdade a partir do resultado da igualdade, é o caso da questão anterior em que obtivemos a informação sobre a região do tipo pirâmide infinita.

Como as contas são simples, e até mesmo para que você relembre os detalhes, não vou sar `octave` *para resolver as equações (os sistemas menores) mas em casos de grande porte deve ser esta a saída, para resolver C_n^2 sistemas...*

$$\textit{a primeira equação - menor} \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 0 & 5 & -17 \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$y = -17/5 \implies -2x + 17/5 = -11 \implies -2x = \frac{-17-55}{5} \implies x = -\frac{72}{10} \tag{6}$$

$$P_1 = (x, y) = (-\tfrac{72}{10}, -17/5) = (-\tfrac{36}{5}, -17/5) \tag{7}$$

$$\textit{a segunda equação - menor} \tag{8}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 19 \end{pmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 0 & -5 & -22 \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$y = \tfrac{5}{22} \implies x = -3 + \tfrac{15}{22} = \tfrac{-66+15}{22} = \tfrac{-51}{22} \tag{11}$$

$$P_2 = (x, y) = (\tfrac{-51}{22}, \tfrac{5}{22}) \tag{12}$$

$$\textit{a terceira equação - menor} \tag{13}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 1 & 2 & 19 \end{pmatrix} \tag{14}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & -11 \\ 0 & 3 & 27 \end{pmatrix} \tag{15}$$

$$y = \tfrac{3}{27} \implies -2x = -11 + \tfrac{3}{27} = \tfrac{-297+3}{27} = \tfrac{-294}{27} \tag{16}$$

$$P_3 = (x, y) = (\tfrac{-96}{9}, \tfrac{1}{9}) \tag{17}$$

$$\tag{18}$$

<u>Conclusão:</u> temos três retas que se encontram duas a duas nos três pontos P_1, P_2, P_3 que são os três pontos críticos do problema e onde vamos procurar o máximo de F

$$P_1 = (x, y) = (-\tfrac{36}{5}, -\tfrac{17}{5}) \tag{19}$$

$$P_2 = (x, y) = (\tfrac{-51}{22}, \tfrac{5}{22}) \tag{20}$$

$$P_3 = (x, y) = (\tfrac{-96}{9}, \tfrac{1}{9}) \tag{21}$$

A seguinte função escrita em `octave` *deve ser aplicada a cada um dos extremos: Usando a notação (sintaxe) do* `octave` *e depois colando no terminal do programa:*

```
function z =  F(P)
 z = [1 , 2]*P;
endfunction
```

```
P1 =  [36/5;   -17/5];
P2 = [ -51/22; 5/22];
P3 =  [ -96/9 ;  1/9];

F(P1)
F(P2)
F(P3)

octave:14> F(P1)
ans =  0.40000
octave:15> F(P2)
ans = -1.8636
octave:16> F(P3)
ans = -10.444
octave:17>
```

Conclusão *A melhor solução para o problema é dado pelo ponto crítico*

$$P_1 = (-\frac{36}{5}, -\frac{17}{5}) \mapsto 0.40000$$

uma vez que nos outros casos se apresenta um prejuizo. 0.4 *representa, obviamente, um percentual a ser aplicado num valor estipulado (orçamento) para o problema.*

(a) (V)[V]

(b) (F)[F]

(c) (F)[F]

(d) (F)[F]

(e) (F)[F]