



**Programação linear
usando R**

T. Praciano-Pereira

alun@:

Lista numero 02

tarcisio@member.ams.org

Dep. de Computação

24 de setembro de 2012

Univ. Estadual Vale do Acaraú

L^AT_EX Debian/Gnu/Linux

<http://www.otimizacao.sobralmatematica.org>

Se entregar em papel, por favor, prenda esta *folha de rosto* na sua solução desta lista, deixando-a em branco. Ela será usada na correção.

Exercícios 1 *Matrizes e R* objetivo: usar matrizes, definir funções usando R. *Sondagem de pre-requisitos. Tópicos de Cálculo e de Álgebra Linear. Programando em R*

Os programas mencionados nesta lista se encontram no link **programas** da página da disciplina.

A justificativa, em cada questão, são os cálculos que você tiver feito para chegar à sua conclusão. Podem ser manuais, você deve apresentar todas as contas, ou você pode indicar como usou um programa para fazer as contas apresentando todos os passos utilizados com o programa de modo que eu possa repetir o processo. Eu somente posso usar programas de domínio público e sugiro, além de R **Scilab** e **Octave** fazem todas as operações com matrizes e podem ser obtidos livremente na Internet, use um motor de busca com os nomes dos programas que você os encontra.

Disponibilizei na página da disciplina toda a literatura que pude obter sobre R.

palavras chave: *Gnu_R, matrizes, funções em R*

1. Considere a aplicação linear

$$T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2 ; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (1)$$

(a) $\underline{(V)}[\](F)[\] T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{(V)}[\](F)[\] T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$(c) \underline{(V)}[](F)[] T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \underline{(V)}[](F)[] T \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(e) \underline{(V)}[](F)[] T \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Determinante e uso de \mathbf{R} Calculando com \mathbf{R} , o determinante de T , o operador linear definido na questão anterior é

$$(a) \underline{(V)}[](F)[] -1$$

$$(b) \underline{(V)}[](F)[] 0$$

$$(c) \underline{(V)}[](F)[] 2$$

$$(d) \underline{(V)}[](F)[] -2$$

$$(e) \underline{(V)}[](F)[] 1$$

3. Cálculo

Objetivo, definir funções e fazer cálculos usando \mathbf{R} , entender a dimensão de f e de sua derivada, a jacobiana.

Considere a equação

$$(z_1, z_2) = f(x, y) = (x^2 - y^2, 2xy) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) \quad (2)$$

(a) (V)[](F)[] O sistema de equações (2) define uma função do tipo

$$\mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

(b) (V)[](F)[] O sistema de equações (2) define uma função do tipo

$$\mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R}$$

(c) (V)[](F)[] No sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_1(x, y) = 2xy \text{ e } f_2(x, y) = x^2 - y^2 \quad (3)$$

analisando a igualdade entre pares ordenados.

(d) (V)[](F)[] No sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_2(x, y) = 2xy \text{ e } f_1(x, y) = x^2 - y^2 \quad (4)$$

analisando a igualdade entre pares ordenados.

(e) (V)[](F)[] Usando o sistema de equações (2) podemos dizer que

$$f_1(0, 1) = -1 \text{ e } f_2(1, 0) = 0 \quad (5)$$

4. Álgebra Linear

objetivo Entender a jacobiana e sua dimensão, relembrar o conceito de diferencial.

A jacobiana de uma função (de duas ou mais variáveis) é a matriz de suas derivadas parciais. Considere

$$(z_1, z_2) = f(x, y) = (x^3y - xy^2, 2xy) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) \quad (6)$$

que é uma função

$$\begin{cases} f : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R} \\ f(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) = (z_1(x, y), z_2(x, y)) \end{cases} \quad (7)$$

(a) (V)[](F)[]

$$J(f) = \begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \\ 2x & 2y \end{pmatrix} \quad (8)$$

(b) (V)[](F)[]

$$J(f) = \begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \\ 2y & 2x \end{pmatrix} \quad (9)$$

(c) (V)[](F)[] O diferencial é obtido de uma expressão usando-se uma técnica de diferenciação chamada derivação implícita. Podemos dizer, relativamente à equação (6) que a jacobiana é uma função

$$J(f)(x, y) = \begin{pmatrix} f_{1x}(x, y) & f_{1y}(x, y) \\ f_{2x}(x, y) & f_{2y}(x, y) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$J(f) : \mathbf{R} \times \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}^4 \quad (11)$$

é uma matriz funcional de duas variáveis cujos valores são vetores do espaço de dimensão 4, \mathbf{R}^4 .

(d) (V)[](F)[] O diferencial é obtido de uma expressão usando-se uma técnica de diferenciação chamada derivação implícita. Podemos dizer, relativamente à equação (6) que

$$dz_1 = \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} 3x^2y - y^2 & x^3 - 2xy \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \quad (13)$$

$$(3x^2y - y^2)dx + (x^3 - 2xy)dy \quad (14)$$

$$dz_2 = \quad (15)$$

$$= \begin{pmatrix} 2y & 2x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \quad (16)$$

$$2ydx + 2xdy \quad (17)$$

- (e) (V)[](F)[] Considerando a definição da função na equação (6) podemos dizer que na expressão (13) aparece o gradiente de f_1 multiplicando um vetor-diferencial. E se você efetuar a conta indicada na equação (13) vai obter os chamados “diferenciais totais” relativamente a f_1, f_2 .

5. Manipulando matrizes com R

Edite um pequeno programa em R com um editor qualquer. Ative o terminal do R. O comando `source("nome_arquivo")` fará com que R leia o seu programa.

- (a) (V)[](F)[] A simples leitura de um arquivo com “`source("nome_arquivo")`” executa a função que você tiver gravado no arquivo `nome_arquivo`.
- (b) (V)[](F)[] Uma forma de executar um código em R consiste de escrever uma função sintaticamente correta e uma segunda função, por exemplo `Main()` que simplesmente chame a anterior, ou as anteriores, mais um uma linha executando esta função. Exemplo `meu_prog01.r`.
- (c) (V)[](F)[] Para criar uma matriz em R se tem que usar a função `array()`.
- (d) (V)[](F)[] Para criar uma matriz em R pode-se usar a função `array()`, mas também tem a função `matrix()`.
- (e) (V)[](F)[] Somente as funções `solve()`, `source()`, `array()` já lhe permitem resolver um sistema de equações em R.

6. Programando em R

- (a) (V)[](F)[] No programa `meu_prog01.r` a entrada de dados ocorre como é esperado pelo programador.
- (b) (V)[](F)[] Entrada de dados em R não pode ser feita como está no programa `meu_prog01.r`.
- (c) (V)[](F)[] A função `system()`, tendo como parâmetro uma string que represente um “comando” da shell de Linux tem o efeito de executar o “comando” da shell mesmo estando dentro de uma sessão do R.
- (d) (V)[](F)[] A função `help("simbolo")` apresenta uma informação condensada do símbolo em R.
- (e) (V)[](F)[] `help.start()` executada num terminal de R lhe apresenta um manual com hiperlinks que é uma boa introdução para R e você com certeza já usou este método, porque R é um ambiente orientado a objeto.

7. Programando em R

- (a) (V)[](F)[] É possível criar uma pequena sessão iterativa com R usando a função `system("editor UmPrograma.r")`.

(b) (V)[](F)[] Se o símbolo `editor` representar para a shell do Linux um programa executável de edição de textos, será possível fazer uma sessão iterativa com R usando a função `system("editor UmPrograma.r")` seguida da função `source("UmPrograma.r")`, se `UmPrograma.r` for uma sucessão de funções sintaticamente corretas para R contendo um “comando” executável de R.

(c) (V)[](F)[] O programa `meu_prog02.r` pode ser executado:

```
source("meu_prog02.r")
A = Main(4,4)
```

tendo como resultado a criação da matriz A

(d) (V)[](F)[] O programador ainda não conseguiu fazer nenhum programa com entrada de dados correta. Entretanto este é objetivo didático do programador-professor.

(e) (V)[](F)[] O program `meu_prog02.r` tem uma entrada dados que corresponde ao esperado pelo programador.

8. Programando sem erros em R

(a) (V)[](F)[] O programa `meu_prog03.r` define uma função polinomial do terceiro grau.

(b) (V)[](F)[] Carregando o programa `meu_prog03.r` você vê impresso na tela dois valores da função P definida no programa.

(c) (V)[](F)[] O programa `meu_prog04.r` também define uma função polinomial do grau quatro e imprime uma sequência de valores deste polinômio. O resultado tem um lay-out desagradável, mas `help(print)` pode ajudá-la a melhorar a saída de dados.

(d) (V)[](F)[] O programa `meu_prog04.r` faz o gráfico de um polinômio do grau 4 sobre um intervalo escolhido dentro do programa.

(e) (V)[](F)[] O programa `meu_prog05.r` faz o gráfico de um polinômio do grau 4 sobre um intervalo escolhido dentro do programa. Mas o comando `Main(p,q)` mostra o gráfico com um intervalo $[p, q]$ em que p, q são escolhidos pelo usuário.